

7-5 (d). Bentuk yang tidak diketahui. Gunakan metode transformasi.

7-5 (i). Sudah pernah dibahas.

7-5 (j). Menyelesaikan rasio ini gunakan Teorema 7.8, halaman 77. Misalkan  $U = Z_1 \sim \mathcal{N}(0, 1)$  dan  $V = Z_2^2 \sim \chi^2(1)$ . Dengan demikian

$$\begin{aligned} \frac{Z_1}{\sqrt{Z_2^2}} &= \frac{Z_1}{\sqrt{Z_2^2/1}} \\ &= \frac{U}{\sqrt{V/1}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Rasio ini adalah bentuk dari distribusi  $t(1)$ .

7-5 (k). Distribusi Cauchy. Gunakan metode transformasi.

7-5 (l). Bentuk yang tidak diketahui. Gunakan metode transformasi.

7-5 (m). Bentuk ini terlebih dahulu disederhanakan:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{nk}(\bar{X} - \mu)}{\sigma\sqrt{\sum_{i=1}^k Z_i^2}} &= \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{\sigma} \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{\sum_{i=1}^k Z_i^2}} \\ &= \frac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma/\sqrt{n}} \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{k}}\sqrt{\sum_{i=1}^k Z_i^2}} \\ &= \frac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma/\sqrt{n}} \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^k Z_i^2/k}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Untuk menyelesaikan persamaan (2), misalkan  $U = (\bar{X} - \mu)/(\sigma/\sqrt{n}) \sim t, \infty$  dan  $V = \sum_{i=1}^k Z_i^2 \sim \chi^2(k)$ . Dengan demikian persamaan (2) dapat dituliskan dalam bentuk

$$T = \frac{U}{\sqrt{V/k}} \sim t(k).$$

7-5 (n). Catatan  $\sum_{i=1}^k (Z_i - \bar{Z}) = 0$ . Jadi kita hanya perlu mencari distribusi dari  $U = \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2/\sigma^2$ . Menurut Korolari 2, halaman 77,  $U \sim \chi^2(n)$ .

7-5 (o). Sudah pernah dibahas dalam perkuliahan.

7-5 (p). Gunakan Korolari 2, halaman 77 yang menyatakan bahwa jika  $X_1, \dots, X_n$  sampel acak dari  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  maka

$$\frac{n(\bar{X} - \mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(1).$$

Pada kasus ini  $Z_1, \dots, Z_k$  adalah sampel acak dari  $\mathcal{N}(0, 1)$  maka

$$\frac{k(\bar{Z} - 0)^2}{1^2} = k\bar{Z}^2 \sim \chi^2(1).$$

7-5 (q). Bentuk ini terlebih dahulu harus disederhanakan. Untuk mempermudah misalkan  $S_X =$

$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / (n - 1)$  dan  $S_Z = \sum_{i=1}^k (Z_i - \bar{Z})^2 / (k - 1)$ . Dengan demikian bentuk

$$\begin{aligned}
 \frac{(k-1) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1) \sigma^2 \sum_{i=1}^k (Z_i - \bar{Z})^2} &= \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1) \sigma^2} \frac{1}{\frac{1}{(k-1)} \sum_{i=1}^k (Z_i - \bar{Z})^2} \\
 &= \frac{S_X^2}{\sigma^2} \frac{1}{S_Z^2} \\
 &= \frac{(n-1) S_X^2}{(n-1) \sigma^2} \frac{1}{\frac{(k-1)}{(k-1)} S_Z^2} \\
 &= \frac{U}{(n-1)} \frac{1}{\frac{V}{(k-1)}} \\
 &= \frac{U/(n-1)}{V/(k-1)} \tag{3}
 \end{aligned}$$

Menurut Teorema 7.8, halaman 77,  $U = (n-1)S_X^2/\sigma^2 \sim \chi^2(n-1)$  dan  $V = (k-1)S_Z^2/1 \sim \chi^2(k-1)$ . Kemudian menurut Teorema 7.12, halaman 77, maka rasio pada persamaan (3) berdistribusi  $\mathcal{F}(n-1, k-1)$ .